1-

Si V y W son espacios vectoriales de una función $T: V \to W$ recibe el nombre de transformación. Los espacios V y W se llaman, respectivamente, dominio y codominio de la transformación.

2-

Sea $T: V \to W$ una transformación:

i)Se llama recorrido de T al conjunto

$$T(V) = \{T(\bar{v}) \mid \bar{v} \in V\}$$

ii)Se llama núcleo de T al conjunto

$$N(T) = \{\bar{v} \mid T(\bar{v}) = \bar{0}_W\}$$

3-

Sean V y W dos espacios vectoriales sobre un campo *K. Una transformación* $T: V \to W$ *es lineal si* $\forall\ \bar{v}_1, \bar{v}_2 \in V\ \ y\ \forall \alpha \in K$:

i) $T(\bar{v}_1 + \bar{v}_2) = T(\bar{v}_1) + T(\bar{v}_2)$

ii) $T(\alpha \bar{v}_1) = \alpha T(\bar{v}_1)$

4-

Si $T: V \to W$ *es una transformación lineal entonces*

$$T(\bar{0}_V) = \bar{0}_W$$

5-

Si $T: V \to W$ *es una transformación lineal, entonces:*

i)T(V) es un subespacio de W

ii)N(T)es un subespacio de V

6-

Sea $T: V \to W$ *una transformación lineal. Si* $B = \{\bar{v}_1, \bar{v}_2, ..., \bar{v}_n\}$ *es una base de V, entonces el conjunto* $G = \{T(\bar{v}_1), T(\bar{v}_2), ..., T(\bar{v}_n)\}$ *es un generados de T(V).*

7-

Si V es un espacio de dimensión finita y $T: V \to W$ *es una transformación lineal, entonces*

dimV=dimT(V)+dimN(T)

8-

Sean V y W espacios vectoriales con dimV=n y dimW=m; y sean $A=\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, ..., \bar{v}_n\}$ y $B=\{\bar{w}_1, \bar{w}_2, ..., \bar{w}_m\}$ bases de V y W, respectivamente.

Si $T: V \to W$ es una transformación lineal, existe una y solo una matriz $M_B^A(T)$, de mxn, tal que

$$M_B^A(T)\ (\bar{v})_A = [T(\bar{v}_2)]_B \quad \forall\ \bar{v} \in v$$

Las n columnas de dicha matriz son los vectores

$$[T(\bar{v}_1)]_B, [T(\bar{v}_2)]_B, ..., [T(\bar{v}_n)]_B$$

9-

Si V es un espacio vectorial de dimensión n, entonces la matriz asociada a la trasformación identidad $I = V \to V$, referida a cualquier base de V, es la matriz identidad I_n

10-

Sea $T: V \to W$ una transformación lineal y sean A, B dos bases de V y W, respectivamente; entonces:

$$R\left[M_B^A(T)\right] = \dim T(V)$$

11-

Sean S y T dos transformaciones de V en W. Se dice que S y T son iguales, lo cual se denota mediante S=T, cuando

$$S(\bar{v}) = T(\bar{v})\ ,\ \forall\ \bar{v} \in V$$

12-

Sean S y T dos transformaciones de V y W y sea K el campo sobre el cual esta definido el espacio W:

i)La suma de S y T es una transformación de V en W, denotada con S+T y definida por

$$(S+T)(\bar{v}) = S(\bar{v}) + T(\bar{v}) \ ; \ \forall \ \bar{v} \in V$$

ii)El producto de un escalar $\alpha \in K$ por la transformación S es una transformación de V en W, denota con αS y definida por

$$(\alpha S)(\bar{v}) = \alpha \cdot S(\bar{v}) \ ; \ \forall \ \bar{v} \in V$$

13-

Si S y T son transformaciones lineales, entonces S+T y αS también son lineales

14-

Sean V y W dos espacios vectoriales sobre un campo K, y sea L(V,W) el conjunto de todas las transformaciones lineales de V en W. El conjunto L(V,W) es un espacio vectorial sobre K.

15-

Sean V y W dos espacios vectoriales sobre un campo K, con dim V=m y dim W=n, y sea L(V,W) el conjunto de todas las transformaciones lineales de V en W, Si A y B son bases de V y W respectivamente; entonces $\forall \ S \ , \ T \in L(V,W) \ \ y \ \ \forall \alpha \in K;$

i) $M_B^A(S+T) = M_B^A(S) + M_B^A(T)$

ii) $M_B^A(\alpha S) = \alpha M_B^A(S)$

16-

Si $T: V \to W$ y $S: V \to W$ son dos transformaciones, SoT es una transformación de U en W definida por

$$(SoT)(\bar{u}) = S\left[T(\bar{u})\right]; \ \forall \ \bar{u} \in U$$

17-

Si $T: U \to V \quad y \quad S: V \to W$ son transformaciones lineales, entonces SoT es una transformación lineal.

18-

Si $T: U \to V$ y $S: V \to W$ son transformaciones lineales y A, B, C son bases de U, V y W respectivamente, entonces

$M_C^A(SoT) = M_C^B(S)\, M_B^A(T)$

19-

Sean U, V, W y X espacios vectoriales sobre un campo K; y F, G, H, S, T transformaciones lineales cualesquiera entre los espacios que se indica

$F: U \to V$

$G: U \to V$

$H: W \to X$

$S: V \to W$

$T: V \to W$

Entonces:

i)So(F+G)=SoF+SoG

ii)(S+T)oF=SoF+ToF

iii) $\alpha(SoF) = (\alpha S)oF = So(\alpha F)$, $\forall\ \alpha\ \forall\ K$

iv)Ho(SoF)=(HoS)oF

v) $ToI_V = T$, $I_W oT = T$

donde I_V e I_W son las transformaciones identidad en los espacios Vy W respectivamente.

20-

Si $T: V \to W$ es una transformación, se llama inversa de T a una transformación $T^{-1}: W \to V$ tal que

i) $T^{-1}oT = I_V$

ii) $ToT^{-1} = I_W$

donde I_V e I_W son las transformaciones identidad en V y en W respectivamente.

21-

Sea $T:\ V \to W$ una transformación, se dice que

i)T es uno a uno si $T(\bar{v}_1) = T(\bar{v}_2) \Rightarrow \bar{v}_1 = \bar{v}_2;\ \forall\ \bar{v}_1,\ \bar{v}_2 \in V$

ii)T es sobre si T(V)=W

iii)T es biyectiva si es uno a uno y es sobre

22-

Sea $T:\ V \to W$ una transformación. T^{-1} existe si y solo si T es biyectiva.

22-

Si $F:\ U \to V$ y $T:\ V \to W$ son dos transformaciones biyectivas , y λ es un escalar del campo sobre el que están definidos V y W entonces:

i) T^{-1} es única

ii) $(T^{-1})^{-1} = T$

iii) $(ToF)^{-1} = F^{-1}oT^{-1}$

iv) $(\lambda T)^{-1} = \lambda^{-1}T^{-1},\ si\ \lambda \neq 0$

23-

Sean $T: V \to W$ una transformación lineal. Si T^{-1} existe entonces es una transformación lineal.

24-

Sean V un espacio de dimensión finita y $T:\ V \to W$ una transformación lineal. T^{-1} existe si y solo si dim V= dim W y $N(T) = (\bar{0}_V)$

25-

Sean $T: V \to W$ una transformación lineal, V un espacio en dimensión finita y A, B bases de V y W respectivamente:

i) T^{-1} existe si y solo si $M_B^A(T)$ no es singular

ii)Si T^{-1} existe, entonces $M_A^B(T^{-1}) = \left[M_B^A(T)\right]^{-1}$